



Xamos SA

PLB y Análisis de Sensibilidad

Jose Ignacio González Gómez

Departamento de Economía Financiera y Contabilidad - Universidad de La Laguna

www.jggomez.eu

Nombre	Descripción	Tipo PLB-PCE	Base	Informe	Modelo
Xamos, SA	Se trata de decidir, para el próximo mes las cantidades a producir de cada uno de los productos fitosanitarios para maximizar margen bruto total.	PL Básica		SI	Producción

1.1 Enunciado

Xamos, Sa fabrica dos tipos de productos fitosanitarios, Ay B, a través de dos departamentos técnicos, Dpto I que tiene un limite de capacidad de trabajo mensual de 150 horas y Dpot II cuyo limite de capacidad de trabajo son 160 horas mensuales. Los requerimientos técnicos de producción de cada producto son los siguientes:

Fitosanitarios			
	Prod. A	Prod. B	Total
Dpto I	10 hr/tn	15 hr/tn	150 hr/m
Dpot II	20 hr/tn	10 hr/tn	160 hr/m
Mar. Bruto	5.000 €/t	4.000 €/t	

Otros datos:

- Cada tonelada de A utiliza 10 horas del Dpto I y cada tonelada de B, 15 horas.
- Cada tonelada de A precisa de 20 horas del Dpto. II y cada tonelada de B precisa de 10 horas para su producción.
- El Margen Bruto es de 5.000 € y 4.000 € por tonelada respectivamente para A y para B.
- Para la producción global de A y B, se deberán utilizar al menos 135 horas de Control de Calidad en el próximo mes; el producto A precisa de 30 horas y B de 10 horas por tonelada de verificación .
- La gerencia ha considerado necesario producir al menos una tonelada de B por cada 3 de A.
- Tome en consideración la demanda de un cliente que ha solicitado 5 toneladas de cualquiera que sea su tipo, de A o B.

Por otro lado, es evidente que no pueden producirse cantidades negativas de A ni de B.

Se pide:

Se trata de decidir, para el próximo mes las cantidades a producir de cada uno de los productos fitosanitarios para maximizar margen bruto total.

1.2 Formulación algebraica del problema y solución gráfica

Max 5000 E + 4000 F	{Función objetivo: maximizar la utilidad global}
sujeto a	{escribimos ahora las restricciones o requerimientos}
10 E + 15 F ≤ 150	{horas del departamento A}
20 E + 10 F ≤ 160	{horas del departamento B}
30 E + 10 F ≥ 135	{horas de verificación}
E - 3 F ≤ 0	{al menos una de F cada 3 E significa E ≤ 3 F}
E + F ≥ 5	{al menos 5 toneladas}
E ≥ 0, F ≥ 0	{no negatividad}

1.3 Planteamiento y Resolución en Excel

1.3.1 Identificación y definición de las Variables de Decisión o Celdas Cambiantes (Changing Cells).

En este caso definimos y planteamos el problema (programamos las celdas) especificando en primer lugar las **Variables de Decisión o Celdas Cambiantes (Changing Cells)**.

En nuestro caso (ver **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) será el rango B27:C27, es decir la cantidad de toneladas de fitosanitarios a producir de cada tipo A o B. Se pueden especificar hasta 200 variables de decisión.

	A	B	C	D
22	Variables de Decisión	Función Objetivo		
23	Planteamiento del Problema			
24				
25	Planificación Mensual de la Producción			
26		Prod. A	Prod. B	Total
27	Producción			0,00 ton
28	Dpto I	0,0 hr	0,0 hr	0,0 hr
29	Dpto II	0,0 hr	0,0 hr	0,0 hr
30	C. de Calida	0,0 hr	0,0 hr	0,0 hr
31	Mar. Bruto	0 €	0 €	0 €

Ilustración 1

1.3.2 Definición y programación de las restricciones, RHS (Right Hand Side)

Una vez programa las celdas principales es conveniente especificar las **Restricciones (Constraints Cells)**. Las restricciones deben caer dentro de ciertos límites o satisfacer los valores objetivos. Se pueden especificar hasta 500 restricciones –dos par cada una de las variables de decisión – mas 100 restricciones adicionales, representando un total de no mas de 1000 celdas en un problema.

En nuestro caso contamos solamente con las siguientes restricciones, a saber:

	A	B	C	D	E	F
33	Restricciones					
34	<i>Todas las variables deber ser no negativas</i>					
35	Limitación de disponibilidad de Recursos - RESTRICCIONES					Holgura (Slack)
36	Restricciones	Uso Consumo	Niveles de restricciones - Disponibilidad RHS (Right Hand Side)			
37						
38	Dpto I	0,0 hr	<=	150,0 hr	D28	150,0 hr
39	Dpto II	0,0 hr	<=	160,0 hr	D29	160,0 hr
40	C. de Calidad	0,0 hr	>=	135,0 hr	D30	135,0 hr
41	Proporción	0,0 ton	<=	0,0 ton	B27-(3*C27)	0,0 ton
42	Minimo	0,0 ton	>=	5,0 ton	D27	5,0 ton

Ilustración 2

- Restricción del Dpto I, la disponibilidad máxima de horas al mes en el citado departamento son de 150 horas y por tanto la celda D28 no debe superar la citada restricción.
- Restricción del Dpto II, la disponibilidad máxima de horas al mes en el citado departamento son de 160 horas y por tanto la celda D29 no debe superar la citada restricción.
- Restricción del Centro de Calidad, para garantizar la calidad se deberán utilizar al menos 135 horas.
- Proporción de la producción. Se ha considerado necesario producir al menos una tonelada de B por cada 3 de A.
- Producción mínima del mes. Esta condicionada por un cliente que ha solicitado 5 toneladas de cualquiera que sea su tipo, de A o B.

Por otro lado, es evidente que no pueden producirse cantidades negativas de A ni de B.

En el lenguaje de la Programación Lineal a esta disponibilidad se le denomina con las letras **RHS** (iniciales de Right Hand Side), lado derecho de la desigualdad, es decir D38: D42 respectivamente para cada uno de los recursos, celdas con fondo rojo.

1.3.3 Definición y programación de la celda objetivo

Finalmente debemos identificar la celda objetivo, en nuestro caso será D31, es decir la que nos genera mayor margen bruto de ventas y por tanto pretendemos maximizar.

Tomando en consideración la formulación algebraica del problema así como el diseño de la hoja de cálculo y programación de las celdas, pasamos a continuación a programar los parámetros del Solver y que nos permitirá alcanzar nuestro objetivo.

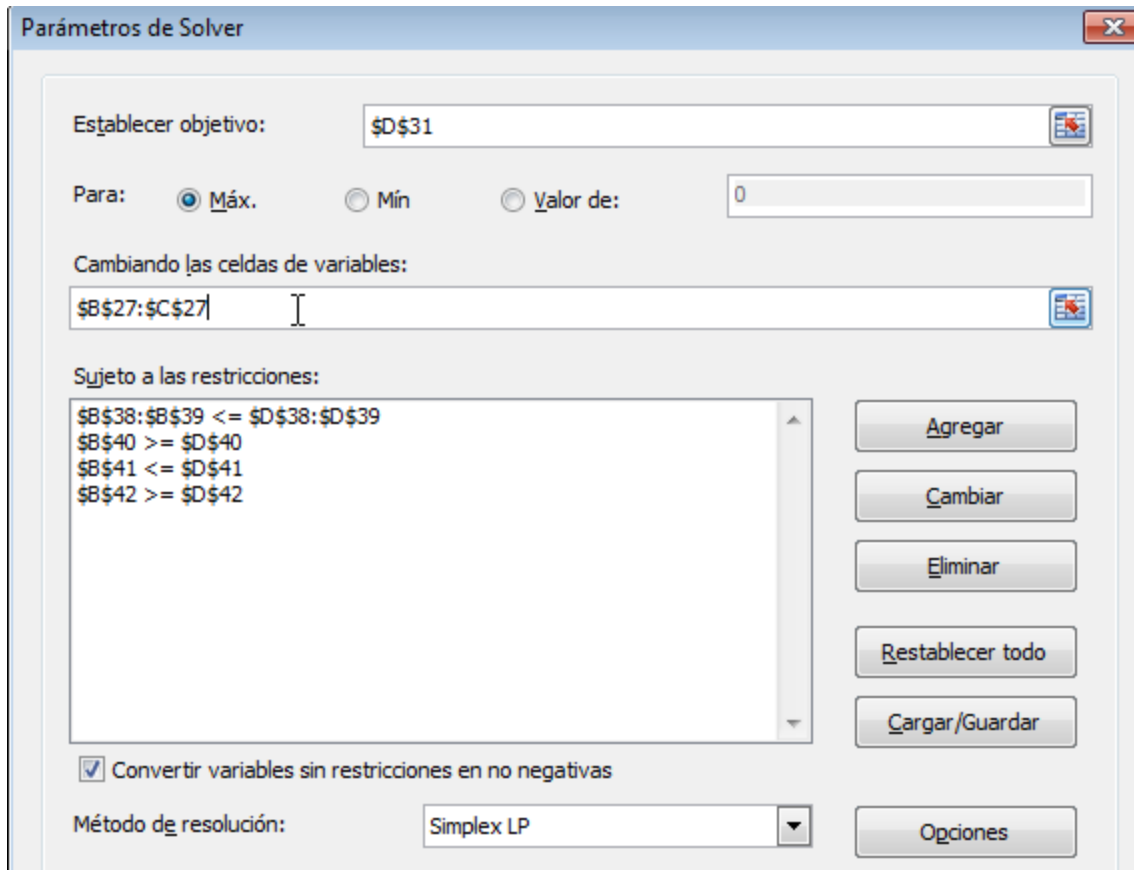


Ilustración 3

En este apartado debemos tomar en consideración el especificar las Restricciones de No negatividad para asegurarse que las celdas cambiantes adopten solo valores no negativos, es decir ≥ 0 . Esta condición tiene su razón de ser pues no se concibe la producción de cantidades negativas de producto.

Solución y aplicando el resultado tenemos:

	A	B	C	D	E	F
22	Variables de Decisión		Función Objetivo			
23	Planteamiento del Problema					
24						
25	Planificación Mensual de la Producción					
26		Prod. A	Prod. B	Total		
27	Producción	4,50 ton	7,00 ton	11,50 ton		
28	Dpto I	45,0 hr	105,0 hr	150,0 hr		
29	Dpto II	90,0 hr	70,0 hr	160,0 hr		
30	C. de Calidad	135,0 hr	70,0 hr	205,0 hr		
31	Mar. Bruto	22.500 €	28.000 €	50.500 €		
32						
33	Restricciones					
34	Todas las variables deber ser no negativas					
35	Limitación de disponibilidad de Recursos - RESTRICCIONES					Holgura (Slack)
36	Restricciones	Uso	Niveles de restricciones - Disponibilidad			
37		Consumo	RHS (Right Hand Side)			
38	Dpto I	150,0 hr	<=	150,0 hr	D28	0,0 hr
39	Dpto II	160,0 hr	<=	160,0 hr	D29	0,0 hr
40	C. de Calidad	205,0 hr	>=	135,0 hr	D30	-70,0 hr
41	Proporción	-16,5 ton	<=	0,0 ton	B27-(3*C27)	16,5 ton
42	Minimo	11,5 ton	>=	5,0 ton	D27	-6,5 ton

Ilustración 4

Si no ha cometido errores, Solver ha encontrado los valores óptimos de las variables controlables, y, por tanto, en las celdas B27 y C27 se muestra la solución óptima: Producir 4.5 toneladas de A y 7 de B. lo que genera un margen bruto total de 50.500 €

1.4 Los informes del Solver

1.4.1 Informe de Responder o Respuesta. Glosario de términos y conceptos asociados

El informe de Respuestas presenta un resumen de los resultados de la optimización organizado en tres apartados tal y como podemos ver en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**

- 1) **Celda objetivo (Máx.)**
 - o Valor Final. Valor óptimo de la función objetivo alcanzado
- 2) **Celdas Variables-Celdas Cambiantes (Variables de Decisión).** Esta sección del informe indica que actividades entraron en el plan final (solución óptima).
 - o Valor Final (solución óptima). Es el mejor valor de las celdas cambiantes, es decir cuantas toneladas se deben producir de cada tipo de pintura. El Solver indica con un cero si no se debiera producir ninguna cantidad de algún producto

El plan final establece producir a producir 4,5 toneladas de producto A y 7,00 toneladas de B a fin de obtener el máximo margen bruto.

	A	B	C	D	E	F	G
5	Motor de Solver						
6	Motor: Simplex LP						
7	Tiempo de la solución: 0,015 segundos.						
8	Iteraciones: 5 Subproblemas: 0						
9	Opciones de Solver						
10	Tiempo máximo Ilimitado, Iteraciones Ilimitado, Precision 0,000001, Usar escala automática						
11	Máximo de subproblemas Ilimitado, Máximo de soluciones de enteros Ilimitado, Tolerancia						
12	de enteros 1%, Asumir no negativo						
13							
14	Celda objetivo (Máx.)						
15	Celda	Nombre	Valor original	Valor final			
16	\$D\$31	Mar. Bruto Total	0 €	50.500 €			
17							
18							
19	Celdas de variables						
20	Celda	Nombre	Valor original	Valor final	Entero		
21	\$B\$27	Producción Prod. A	0,00 ton	4,50 ton	Continuar		
22	\$C\$27	Producción Prod. B	0,00 ton	7,00 ton	Continuar		
23							
24							
25	Restricciones						
26	Celda	Nombre	Valor de la celda	Fórmula	Estado	Demora	
27	\$B\$38	Dpto I Uso Consumo	150,0 hr	\$B\$38<=\$D\$38	Vinculante	0	
28	\$B\$39	Dpto II Uso Consumo	160,0 hr	\$B\$39<=\$D\$39	Vinculante	0	
29	\$B\$40	C. de Calidad Uso Consumo	205,0 hr	\$B\$40>=\$D\$40	No vinculante	70,0 hr	
30	\$B\$41	Proporción Uso Consumo	-16,5 ton	\$B\$41<=\$D\$41	No vinculante	16,5	
31	\$B\$42	Minimo Uso Consumo	11,5 ton	\$B\$42>=\$D\$42	No vinculante	6,5 ton	
32							

Ilustración 5

- 3) **Restricciones.** Informa de la situación de cada restricción planteada
- Valor de la celda, muestra el valor de consumo o uso del recurso para alcanzar el óptimo planteado o alcanzado en la celda objetivo. Así, por ejemplo, en la primera restricción, de horas del Dpto. I, se tiene, al remplazar: $10 \cdot E + 15 \cdot F = 10 \cdot 4.5 + 15 \cdot 7 = 150$ horas utilizadas.
 - Estado. Indica si un recurso se ha usado completamente (Vinculante, Obligatorio, o Limitante) o parcialmente (No Vinculante, Opcional o No limitante)
 - Vinculante, Binding, Limitante u Obligatorio. Se dice que un recurso es obligatorio (o limitante) cuando el recurso utilizado es igual al Recurso disponible.
 - No Vinculante, Not Binding No Limitante u Opcional. Cuando el recurso utilizado es menor que el recurso disponible. *En este caso resulta una Divergencia o Demora (Slack)*
 - Demora, Divergencia, Slack o Variables de Holgura. Cantidad de recurso que no ha sido usado o asignado en el proceso productivo, como hemos comentado en este caso resulta una *Divergencia o Demora (Slack)*

En el lenguaje del Solver se dice que un recurso es limitante (**Binding**) cuando los Recursos Utilizados son iguales a los Recursos Disponibles; de lo contrario

se le denomina Recurso No Limitantes (**Not binding**) (Los recursos utilizados son menores que los recursos disponibles).

1.4.2 Informe de Confidencialidad o Sensibilidad. Glosario de términos y conceptos asociados

El informe de sensibilidad suministra detalles adicionales de la optimización. Solver genera dos tablas en este informe (ver Ilustración 6): una para las variables y la otra para las restricciones. El análisis de sensibilidad es el estudio de cómo los cambios en uno de los parámetros del problema afectan a la solución óptima, es decir el informe de Sensibilidad proporciona información sobre cuán sensible es la celda objetivo a los cambios en sus restricciones. En caso de seleccionar Modelo No Lineal en las Opciones, el informe de Sensibilidad no incluye varias columnas de información.

	A	B	C	D	E	F	G	H
6	Celdas de variables							
7				Final	Reducido	Objetivo	Permisible	Permisible
8	Celda	Nombre	Valor	Coste	Coefficiente	Aumentar	Reducir	
9	\$B\$27	Producción Prod. A	4,5	0	5000	3000	2333,333333	
10	\$C\$27	Producción Prod. B	7	0	4000	3500	1500	
11								
12	Restricciones							
13				Final	Sombra	Restricción	Permisible	Permisible
14	Celda	Nombre	Valor	Precio	Lado derecho	Aumentar	Reducir	
15	\$B\$38	Dpto I Uso Consumo	150	150	150	90	47,14285714	
16	\$B\$39	Dpto II Uso Consumo	160	175	160	73,33333333	40	
17	\$B\$40	C. de Calidad Uso Consumo	205	0	135	70	1E+30	
18	\$B\$41	Proporción Uso Consumo	-16,5	0	0	1E+30	16,5	
19	\$B\$42	Minimo Uso Consumo	11,5	0	5	6,5	1E+30	
20								

Ilustración 6

- 1) **Celdas Variables-Celdas Cambiantes (Variables de Decisión)**. Esta sección del informe indica que actividades entraron en el plan final (solución óptima).
 - Parámetros o Coeficientes. Los parámetros son constantes usadas en el problema para determinar la función objetivo y los recursos disponibles (restricciones o RHS).
 - Valor Final o Final Valor (solución óptima). Indica la solución óptima obtenida, en nuestro ejemplo 4,5 toneladas de fitosanitarios tipo A y 7 toneladas de tipo B.
 - Coste Reducido, Gradiente Reducido o Costo de Oportunidad. Los productos que entran en el plan óptimo tienen un costo reducido igual a cero, mientras que las que no entran tienen un costo reducido negativo, es decir en el caso de que no interesase producir nada de pintura interior esta entraría con signo negativo. Es decir, indica cuánto deberá cambiar el coeficiente de la función objetivo para que la variable tome un valor positivo. En este caso, las dos variables controlables son positivas (conviene producir ambos), por lo que su costo reducido es cero.

Una manera de interpretar un Costo Reducido no nulo ($z_j - c_j > 0$) es la siguiente : el Costo Reducido asociado a una variable (x_j) de decisión indica en cuanto debe incrementarse el coeficiente correspondiente en la función objetivo (c_j) para que el empleo de dicha variable en la solución óptima resulte rentable.

- Coeficiente Objetivo u Objetivo Coeficiente. Son los precios netos de cada actividad.
- Rangos o RHS . Son los rangos en que se pueden mover las restricciones es decir la disponibilidad de recursos.
- Rango de Optimalidad Se forma a partir de los coeficientes objetivos y de los aumentos y disminuciones permisibles. La solución óptima de un modelo de Programación Lineal no cambia si un coeficiente objetivo de alguna variable en la función objetivo cambia dentro de cierto rango. Solo se permite el cambio de un coeficiente.
 - Aumento permisible: incremento admisible en los coeficientes de la función objetivo sin que cambien los valores óptimos de las variables controlables.
 - Disminución permisible: disminución admisible en los coeficientes de la función objetivo sin que cambien los valores óptimos de las variables controlables.

2) Restricciones.

- Valor Final Indica la cantidad de los recursos disponibles utilizados en el proceso productivo. O de otra forma, es el valor que toma el lado izquierdo de cada restricción en la solución óptima. Así, por ejemplo, en la primera restricción, de horas del Dpto. I, se tiene, al remplazar: $10 * E + 15 * F = 10 * 4.5 + 15 * 7 = 150$ horas utilizadas en el Dpto. I.
- Precio Sombra (o Precios Duales). Es el cambio marginal en el valor de la función objetivo óptima que se produce si se modifica una restricción (es decir si se incrementa en una unidad).

Son los precios duales, o precios sombra de los recursos (o requerimientos) indicados en las restricciones. Indican la mejora en el valor de la función objetivo si se "relaja" una desigualdad, o el empeoramiento si se la restringe. Por ejemplo, si dispusiéramos de más tiempo en el Dpto II, podríamos mejorar margen bruto global incrementándose en 175 € por cada hora extra.

El Precio Sombra para cada una de las restricciones representa el cambio a nivel de la Función Objetivo como consecuencia de una modificación marginal (de una unidad) del Lado Derecho de las restricciones (el límite de disponibilidad del recurso). Se asume que la solución es óptima y que todos los otros parámetros del problema se mantienen constantes.

- Aumento permisible: representa en cuánto puede incrementarse el lado derecho (Constante) sin que se altere el precio Dual. Por ejemplo, se puede incrementar el número de horas extras del Dpto II, mejorando en 175 € por cada hora extra. Sin embargo, este análisis es válido sólo para un incremento de hasta 73.3333 horas. Si disponemos de más de $160 + 73.3333$ horas, el precio dual será otro, seguramente menor.
- Disminución admisible: Indica en cuánto puede disminuir el lado derecho de la restricción sin que cambie el precio dual de un recurso (o requerimiento)

1.4.3 Informe de Límite .Glosario de términos y conceptos asociados

El informe de límites muestra el rango de los valores que pueden asumir las celdas cambiantes (variables de decisión), basados en los restricciones que se hayan definido.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
5										
6		Objetivo								
7		Celda	Nombre	Valor						
8		SD\$31 Mar. Bruto Total		50.500 €						
9										
10										
11		Variable								
12		Celda	Nombre	Valor	Inferior	Objetivo	Superior	Objetivo		
13					Límite	Resultado	Límite	Resultado		
14		SB\$27 Producción Prod. A		4,50 ton	2,17 ton	38.833,33 ton	4,50 ton	50.500,00 ton		
15		SC\$27 Producción Prod. B		7,00 ton	1,50 ton	28.500,00 ton	7,00 ton	50.500,00 ton		

Ilustración 7

- Valor: nos recuerda los valores óptimos de las variables controlables.
- Límite inferior, es el menor valor que puede tomar la variable (suponiendo que las demás mantienen el valor óptimo encontrado), y satisfacer todas las restricciones.
- Resultado objetivo: valor de la función objetivo si la variable toma el valor del límite inferior y las demás mantienen el valor óptimo encontrado.
- Límite superior: es el mayor valor que puede tomar la variable (suponiendo que las demás mantienen el valor óptimo encontrado) sin violar las restricciones.
- Resultado objetivo: valor de la función objetivo si la variable toma el valor del límite superior y las demás mantienen el valor óptimo encontrado.